

Développer une expression

Simple distributivité

Distributivité:

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

ex : $A = 5(2x - 1) = 5 \times (2x) + 5 \times (-1) = 10x - 5$

$$B = (-2)(3x - 4) = (-2) \times (3x) + (-2) \times (-4) = -6x + 8$$

Double distributivité

Étude d'un exemple détaillé :

$$\begin{aligned} (7x - 9)(4 - 2x) &= 7x \times 4 + 7x \times (-2x) + (-9) \times 4 + (-9) \times (-2x) \\ &= 28x + (-14x^2) + (-36) + 18x \\ &= 28x - 14x^2 - 36 + 18x \\ &= -14x^2 + 46x - 36 \end{aligned}$$

Double distributivité:

$$(a + b)(c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

Exercice 1 : à faire ! Développer les expressions suivantes

$$A = (2x + 1)(-3x + 2) \quad ; \quad B = (-5x^2 + 2x)(3x - 1)$$

$$C = 2(3x + 1) - (2x + 1)(-x + 5) \quad ; \quad D = (5x - 1)(-x^3 + x)$$

Les Identités remarquables

Propriété : Pour tous nombres réels a, b, c

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Exercice 2 : à faire ! Développer les expressions suivantes

$$A = (2x + 1)^2 \quad ; \quad B = (5x - 3)^2 \quad ;$$

$$C = (-3x + 2)(-3x - 2)$$

Factoriser une expression

Avec un facteur commun

$$2x^3 + 4x^2 - 6x = 2x \cdot x^2 + 2x \cdot 2x - 2x \cdot 3 = 2x(x^2 + 2x - 3)$$



Facteur commun

Avec une identité remarquable

$$x^2 + 10x + 25 = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 = (x + 5)^2$$

$$4x^2 + 12x + 9 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = (2x + 3)^2$$

$$9x^2 - 16 = (3x)^2 - 4^2 = (3x - 4)(3x + 4)$$

$$\begin{aligned} (x + 3)^2 - (2x - 1)^2 &= [(x + 3) - (2x - 1)][(x + 3) + (2x - 1)] \\ &= (x + 3 - 2x + 1)(x + 3 + 2x - 1) = (-x + 4)(3x + 2) \end{aligned}$$

Exercice 3 : à faire ! Factoriser les expressions suivantes

$$A = 5x^3 - 4x^2 - 7x \quad ; \quad B = (2x + 1)(x + 3) + (-2x + 3)(2x + 1)$$

$$C = 16x^2 - 24x + 9 \quad ; \quad D = 25x^2 - 49 \quad ; \quad E = 400x^2 + 40x + 1$$

Résoudre une équation

Les équations linéaires

Ex : Résoudre l'équation du 1er degré $-2x+3=3(x-5)+4$

- étape 1 : on développe --> $-2x+3=3x-15+4$
- étape 2 : on range --> $-2x-3x=-3-15+4$
- étape 3 : on réduit --> $-5x=-14$
- étape 4 : on calcule --> $x=\frac{-14}{-5}=2,8$
- étape 5 : on écrit l'ensemble des solutions --> $S=\{2,8\}$

Les équations produits

$$A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \text{ ou } B = 0$$

" équivaut à "

Ex : Résoudre l'équation du 2nd degré $(-2x+3)(4x-1)=0$

- étape 1 : on sépare les équations --> $-2x+3=0$ ou $4x-1=0$
- étape 2 : on résoud chaque équation --> $-2x=-3$ ou $4x=1$
- étape 3 : on calcule --> $x=\frac{-3}{-2}=1,5$ ou $x=\frac{1}{4}=0,25$
- étape 5 : on écrit l'ensemble des solutions --> $S=\{0,25; 1,5\}$

Les équations carrés

Théorème :

Pour tout réel a les solutions de l'équation $x^2=a$ sont réparties ainsi :

$x^2 = a$		
si $a > 0$ deux solutions \sqrt{a} et $-\sqrt{a}$	si $a = 0$ une seule solution	si $a < 0$ aucune solution

Ex : Résoudre l'équation $x^2=49$

- étape 1 : on applique le théorème --> $x=\sqrt{49}$ ou $x=-\sqrt{49}$
- étape 2 : on calcule --> $x=7$ ou $x=-7$
- étape 3 : on écrit l'ensemble des solutions --> $S=\{-7; 7\}$

Les équations quotients

Ex : Résoudre l'équation $\frac{-x+3}{x-1}=\frac{2}{3}$

- étape 1 : on applique le "produit en croix" --> $3(-x+3)=2(x-1)$
- étape 2 : on développe --> $-3x+9=2x-2$
- étape 3 : on range --> $-3x-2x=-2-9$
- étape 4 : on réduit --> $-5x=-11$
- étape 5 : on calcule --> $x=\frac{-11}{-5}=2,2$
- étape 6 : on écrit l'ensemble des solutions --> $S=\{2,2\}$

Les équations racines

Ex : Résoudre l'équation $\sqrt{x}=6$

- étape 1 : on élève au carré chaque expression --> $(\sqrt{x})^2=6^2$
- étape 2 : on calcule --> $x=36$
- étape 3 : on écrit l'ensemble des solutions --> $S=\{36\}$

Exercice 4 : à faire ! Résoudre les équations suivantes

- 1) $4(2x-1)+4=-2(x-5)+1$ niveau (*)
- 2) $4x^2=9$ niveau (*)
- 3) $(-4x+2)(5x-3)=0$ niveau (*)
- 4) $(4x-1)^2=9$ niveau (**)
- 5) $\frac{5}{x+1}=\frac{-2}{2x-1}$ niveau (**)
- 6) $\sqrt{x}=2,4$ niveau (*)
- 7) $(x-2)^2=(-x+3)^2$ niveau (**)
- 8) $\sqrt{2x-1}=3$ niveau (**)
- 9) $4x^2+4x+1=0$ niveau (***)
- 10) $\frac{2x-1}{x+3}=\frac{x+3}{2x-1}$ niveau (***)