Seconde **Repérage et configurations du plan**

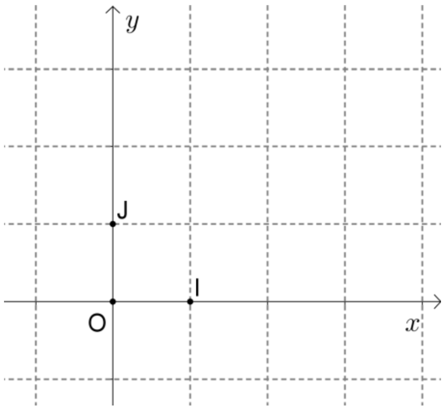
I Repères et coordonnées

a) Repères

Définition : (O ;I,J) est un **repère** du plan. Il est constitué d'un triplet de points non alignés.
O est appelé **origine** du repère
La droite graduée (O ;I) est l'axe des abscisses.
La droite graduée (O ;J) est l'axe des ordonnées.

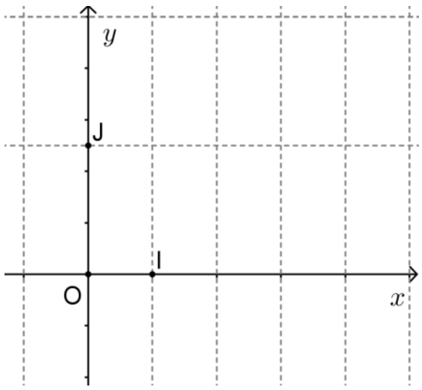
3 types de repères (selon le maillage) :

Repère orthonormal



La maille est un carré.
Les axes sont perpendiculaires en O et OI = OJ.

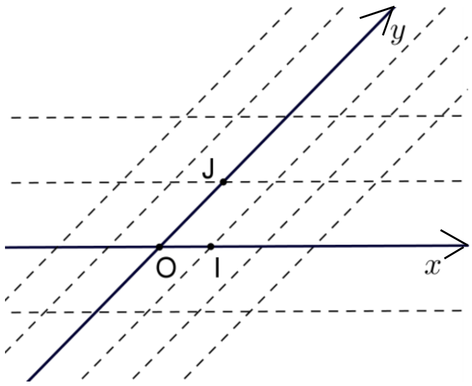
Repère orthogonal



La maille est un rectangle.
Les axes sont perpendiculaires en O.

L

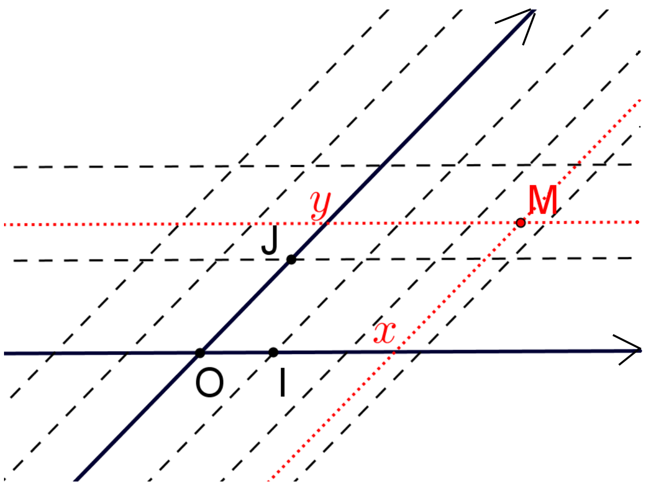
Repère quelconque



La maille est un parallélogramme

b) Coordonnées d'un point dans un repère

Soit M un point du plan muni du repère (O ;I,J).
M est repéré par un unique couple de réels (x ;y).
On dit que (*x* ; *y*) est le **couple des coordonnées** du point M dans ce repère.
x est appelé l'**abscisse** et y l'**ordonnée**.

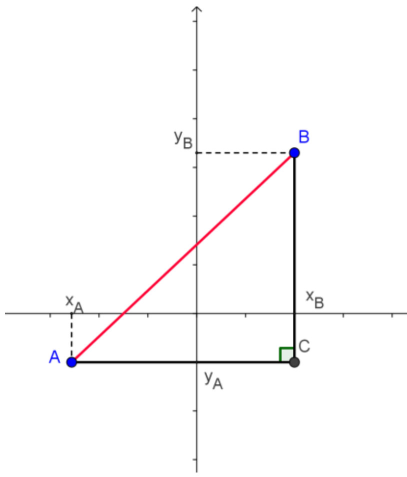


c) Coordonnées du milieu d'un segment

Soient $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$ deux points du plan muni d'un repère (O ;I,J),

alors le milieu I du segment [AB] a pour coordonnées $\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}\,;\,\dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$.

II Distance entre deux points du plan



Propriété : $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$ sont deux points d'un **repère orthonormal** (O ;I,J).

La distance de A à B est donnée par :

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Démonstration :

On suppose, comme sur la figure, que $x_B > x_A$ et $y_B > y_A$.

On note C le point tel que $x_C = x_B$ et $y_C = y_A$.

Dans le triangle ABC rectangle en C, on peut appliquer le théorème de Pythagore :

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

Soit : $AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$

Donc $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ (car AB est positif.)

III Configurations du plan

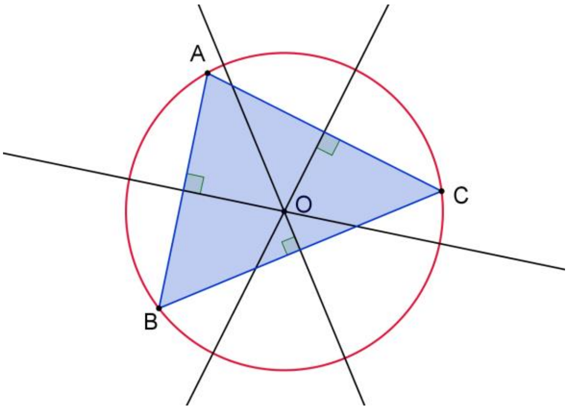
a) Triangles

Les divers centres d'un triangle

O centre du cercle circonscrit

O est le point de concours des 3 médiatrices des côtés du triangle.

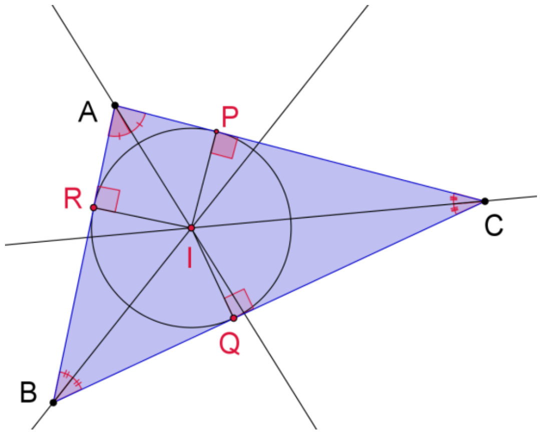
OA = OB = OC



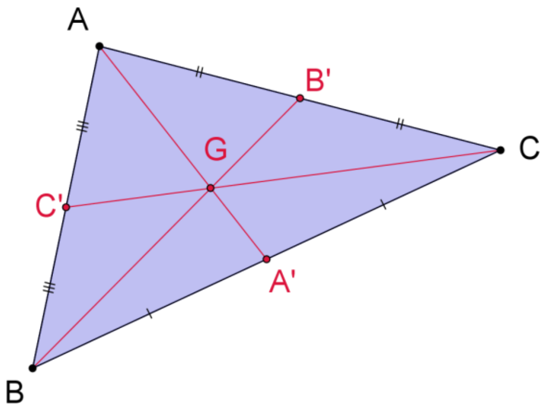
I centre du cercle inscrit

I est le point de concours des 3 bissectrices des angles du triangle.

IP = IQ = IR



G centre de gravité



G est le point de concours des 3 médianes.

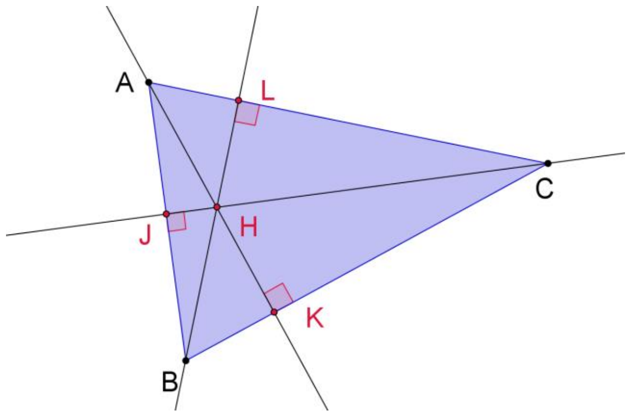
$AG = \frac{2}{3} \times AA'$

H orthocentre

H est le point de concours des trois hauteurs.

2×aire(ABC) = AK x BC = AB x JC = BL x AC

K est le **pied** de la hauteur issue de A.

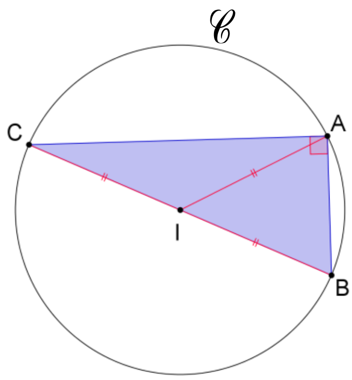


Demi-cercle et triangle rectangle

ABC est un triangle et $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre BC.

Propriété :

ABC est rectangle en A si, et seulement si, [BC] est un diamètre du cercle circonscrit à ABC.



Propriété :

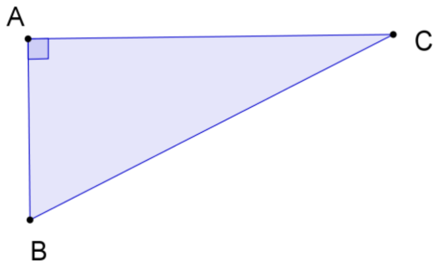
ABC est rectangle en A si, et seulement si, la médiane [AI] a pour longueur la moitié de la longueur de [BC].

Théorèmes de Pythagore et de Thalès

Théorème de Pythagore :

Si ABC est un triangle rectangle en A, alors

$BC^2 = AB^2 + AC^2$



Réciproque du théorème de Pythagore :

ABC est un triangle

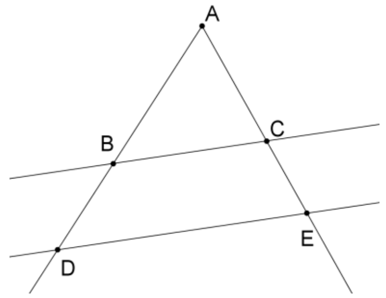
Si $BC^2 = AB^2 + AC^2$ alors ABC est un triangle rectangle en A

Théorème de Thalès :

Les points A, B, D sont alignés et les points A, C, E sont alignés.

Si les droites (BC) et (DE) sont parallèles, alors :

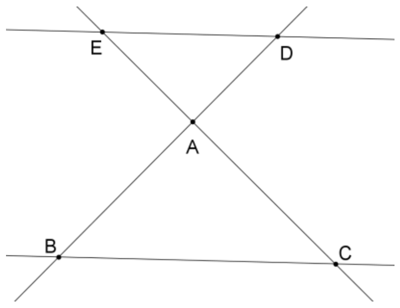
$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$



Réciproque du théorème de Thalès :

Les points A, B, D sont alignés et les points A, C, E sont alignés.

Si $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$, alors les droites (BC) et (DE) sont parallèles.



Cas particulier : la droite des milieux

Soit ABC un triangle et I le milieu du côté [AB].

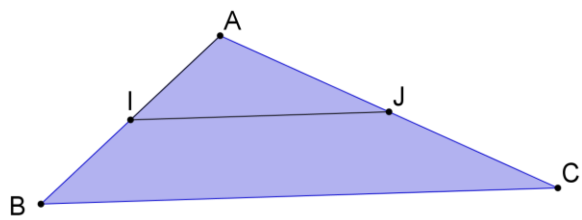
Théorème de la droite des milieux

La droite qui joint les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté.

Théorème réciproque

La droite qui passe par le milieu d'un côté d'un triangle et qui est parallèle à un deuxième côté coupe le troisième côté en son milieu.

$IJ = \frac{1}{2} BC$



b) Quadrilatère

Définition : Un **losange** est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur.
Propriété caractéristique : Un **losange** est un quadrilatère qui a des diagonales qui ont le même milieu et qui sont perpendiculaires.

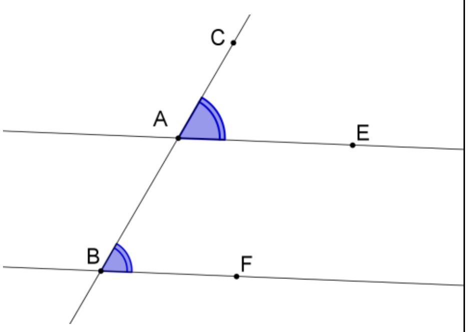
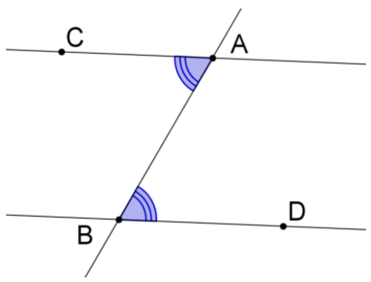
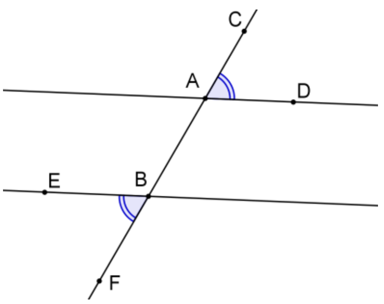
Définition : Un **rectangle** est un quadrilatère qui a quatre angles droits.
Propriété caractéristique : Un **rectangle** est un quadrilatère qui a des diagonales qui ont le même milieu et qui sont de même longueur.

Définition : Un **carré** est un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur.
Propriété caractéristique : Un **carré** est un quadrilatère qui a des diagonales qui ont le même milieu, la même longueur et qui sont perpendiculaires.

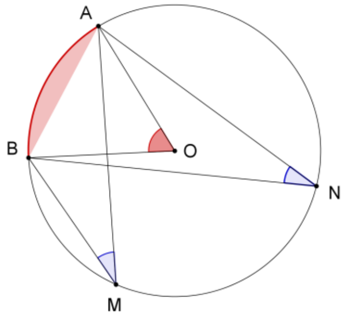
Définition : Un **parallélogramme** est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux.
Propriété caractéristique : Un **parallélogramme** est un quadrilatère qui a des diagonales qui ont le même milieu.

c) Angles

Angles formés par deux parallèles et une sécante

Angles correspondants	**Angles alternes internes**	**Angles alternes externes**
		
(AE) // (BF) ⇔ $\widehat{CAE} = \widehat{ABF}$	(AC) // (BD) ⇔ $\widehat{BAC} = \widehat{ABD}$	(AD)1 // (BE) ⇔ $\widehat{CAD} = \widehat{EBF}$

Angles inscrits et angles au centre



La mesure de l'angle inscrit vaut la moitié de l'angle au centre correspondant :

$\widehat{AMB} = \frac{1}{2}\ \widehat{AOB}$

Deux angles inscrits interceptant le même arc ont la même mesure.

$\widehat{AMB} = \widehat{ANB}$

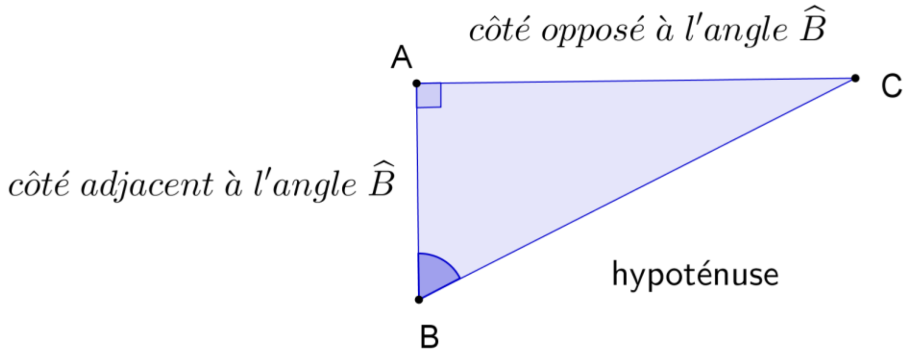
Trigonométrie

ABC est un triangle rectangle en A.

$\cos \widehat{B} = \dfrac{BA}{BC}$

$\sin \widehat{B} = \dfrac{CA}{CB}$

$\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$



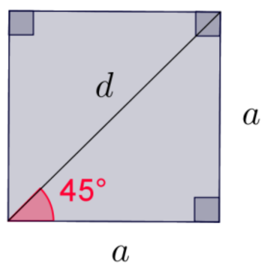
Propriétés :

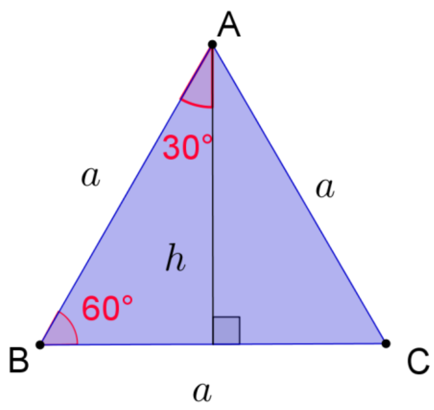
x est la mesure d'un angle aigu : $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$ et $\tan(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$

Valeurs remarquables

x	30°	45°	60°
cos(x)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
sin(x)	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
tan(x)	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

$d = a\sqrt{2}$





$h = a\dfrac{\sqrt{3}}{2}$