C.1

(a) La fonction f est croissante sur l'intervalle $\big[0\,;3\big]$. On en déduit l'implication :
$0<1 \implies f(0)<f(1)$

(b) La fonction f est décroissante sur l'intervalle $\big[3\,;5\big]$. On en déduit l'implication :
$4<5 \implies f(4)>f(5)$

(c) La fonction f est décroissante sur l'intervalle $\big[-3\,;0\big]$. On en déduit l'implication :
$-2<-1 \implies f(-2)>f(-1)$

(d) La fonction f est croissante sur l'intervalle $\big[0\,;3\big]$. On en déduit l'implication :
$1<2 \implies f(1)<f(2)$

C.2

(a) f est croissante sur $\left[-\dfrac{9}{2}\,;-1\right]$:
$f(-3) < f(-2)$

(b) f est décroissante sur $\big[0\,;\,3\big]$:
$f(1) > f(2)$

(c) $f(-5) > f(3)$

(d) $f(6) < f(-4)$

(e) $f(-4{,}75)\in\big[-2\,;2\big]$ et $f(7)\in\big[-3\,;0\big]$.
On ne peut conclure.

(f) $f(-10)\in\big[-2\,;5\big[$ et $f(-3)\in\Big[2\,;6\Big]$.
On ne peut conclure.

(g) $f(-6) > f(4)$

(h) $f(7) < f(-2)$.

C.3

(a) On a la comparaison :
$7 < 8$
La fonction f est décroissante sur $\big[7\,;\,8\big]$:
$f(7) > f(8)$

(b) D'après le tableau de variation, on a :
$f(-9)\in\big[3\,;4\big]$; $f(1)\in\big[-3\,;4\big]$
On en peut comparer les deux nombres $f(1)$ et $f(-9)$.

(c) D'après le tableau de variation, on a :
$f(-3)\in\big[-3\,;4\big]$; $f(3)\in\big[-3\,;2\big]$
On ne peut conclure sur la comparaison des images des nombres -3 et 3.

(d) On a la comparaison :
$-8 < -5$
La fonction f est croissante sur $\big[-10\,;-4\big]$:
$f(-8) < f(-5)$

C.4

(1) La fonction f a pour ensemble de définition l'intervalle $[0\,;7]$

(2)

x	0	1	2,5	4,5	6	7
Variation de f	2 ↗	3 ↘	0 ↗	4 ↘	1 ↗	2,5

(3) Sur $\left[0\,;\dfrac{5}{2}\right]$, la fonction f atteint son maximum 3 pour $x=1$.

(4) La valeur maximale prise par la fonction f sur son ensemble de définition est 4 ; cette valeur sera atteinte pour $x=4{,}5$

(5) Le minimum de la fonction f est 0 et est atteinte pour $x=2{,}5$

C.5

(a) **Vrai** : à l'aide du tableau de variation, on obtient l'égalité : $f(-2)=3$.
Le nombre -2 est un antécédent du nombre 3 par la fonction f.

(b) **Faux** : l'image de 1 par la fonction f est un nombre négatif.
La fonction f est croissante sur $[-2\,;0]$ et admet 3 pour minimum : $f(-1)$ est un nombre strictement positif.
On en déduit la comparaison suivante : $f(1)<f(-1)$

(c) **Indécidable** : d'après le tableau de variation, on a :
$f\Big(\big[1\,;+\infty\big[\Big)=\big[-4\,;3\big[$
L'image du nombre 2 peut être soit positive, soit négative.

(d) **Vrai** : sur $\mathbb{R}$, la fonction f décroit par deux fois. Elle atteint deux minimums locaux dont les valeurs sont 3 et -4.
Ainsi, sur $\mathbb{R}$, le minimum de la fonction f est -4.

(e) **Vrai** : par la fonction f, on a les images suivantes d'intervalles :
- $f\Big(\big]-\infty\,;-2\big]\Big)=\big[3\,;5\big]$
- $f\Big(\big[-2\,;0\big]\Big)=\big[3\,;7\big]$

On en déduit que la fonction est strictement positive sur l'intervalle $\big]-\infty\,;-2\big]$.

(f) **Faux** : en fait, la fonction f admet trois antécédents du nombre 4 ; chacun de ses antécédents appartient à l'un des intervalles $]-\infty\,;-2]$, $[-2\,;0]$ et $[0\,;1]$.

C.6

(1) **Faux** : car d'après le tableau de signe, on voit que tous les nombres de l'intervalle $]-3\,;5[$ ont une image négative.

(2) **Vrai** : le tableau de signes nous indique que la fonction f s'annule pour les valeurs -3 et 5.

(3) **Faux** : une fonction affine, non constante, étant strictement décroissante ou strictement croissante, elle ne s'annule qu'une seule fois.

(4) **Faux** : d'après le tableau de signe, l'image de 0 est un nombre négatif ; par contre, le point $(5\,;0)$ est un point de $\mathscr{C}_f$.

5 **On ne peut pas savoir** : le minimum de la fonction f est atteint sur l'intervalle $]-3\,;5[$, mais non-nécessairement atteint pour la valeur 1.