Prépa Devoir Commun - Calcul Algébrique - Mars 2026

E.1 On considère la fonction f définie sur $[-3\,;5]$ qui admet le tableau de variations ci-dessous :

x	-3		0		3		5
Variation de f	5	↘	1	↗	2	↘	-3

Réaliser les comparaisons des couples de nombres ci-dessous :

(a) $f(0)$ et $f(1)$ (b) $f(4)$ et $f(5)$

(c) $f(-2)$ et $f(-1)$ (d) $f(1)$ et $f(2)$

E.2 On considère la fonction f dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	-12		-5		$-\frac{9}{2}$		-1		0		3		6		$\sqrt{50}$
Variation de f	5	↘	-2	↗	2	↗	6	↘	3	↘	-5	↗	-3	↗	0

Réaliser, si possible, la comparaison des nombres suivants :

(a) $f(-3)$ et $f(-2)$ (b) $f(1)$ et $f(2)$ (c) $f(-5)$ et $f(3)$

(d) $f(6)$ et $f(-4)$ (e) $f(-4{,}75)$ et $f(7)$ (f) $f(-10)$ et $f(-3)$

(g) $f(-6)$ et $f(4)$ (h) $f(7)$ et $f(-2)$

E.3 Soit F la fonction définie sur l'intervalle $[-10\,;9]$ et dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

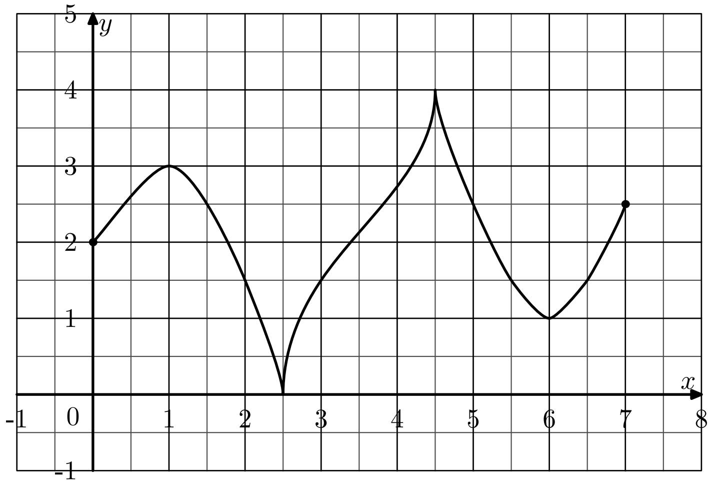
x	-10		-4		2		6		9
Variation de f	3	↗	4	↘	-3	↗	2	↘	-1

Si possible, comparer les couples de nombres suivants :

(a) $f(7)$ et $f(8)$ (b) $f(-9)$ et $f(1)$

(c) $f(-3)$ et $f(3)$ (d) $f(-8)$ et $f(-5)$

E.4 Voici la représentation graphique d'une fonction f.



(1) Quel est l'ensemble de définition de la fonction f?

(2) Donner le tableau de variations de la fonction f?

(3) Quel est le maximum de la fonction f sur l'intervalle $\left[0\,;\frac{5}{2}\right]$?

(4) Quel est le maximum de f sur son ensemble de définition?

(5) Quel est le minimum de f sur $[0\,;\,7]$?

E.5 Le tableau de variations de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est représenté ci-dessous :

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
Variation de f	5	↘	3	↗	7	↘	-4	↗	3

Pour chacune des affirmations, dire si elles sont vraies, fausses ou indécidables en justifiant à chaque fois votre réponse :

(a) 3 admet le nombre -2 comme antécédent.

(b) $f(1) > f(-1)$.

(c) $f(2)$ est un nombre positif.

(d) Le minimum de la fonction f est -4.

(e) Pour $x \in]-\infty\,;0]$, on a : $\quad f(x) \geqslant 0$

(f) Le nombre 4 admet un unique antécédent.

E.6 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ admettant le tableau de signes ci-dessous :

x	$-\infty$		-3		5		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Répondre aux affirmations suivantes par "*vrai*", "*faux*" ou "*on ne peut pas savoir*" :

(1) $f(2)=6$.

(2) L'équation $f(x)=0$ admet exactement deux solutions.

(3) La fonction f est une fonction affine.

(4) Le point $A(0\,;5)$ appartient à la courbe représentative de la fonction f.

(5) Si $f(1)=-4$, alors le minimum de la fonction f sur $\mathbb{R}$ est -4.

E.7 Développer les expressions suivantes :

(a) $3(x-5)-2x(1-2x)$ (b) $3(x+2)-4(2-2x)$

E.8 Développer et réduire les produits suivants :

(a) $(2x+1)(3-2x)$ (b) $(x-3)(-x-1)$

E.9 Factoriser les expressions :

(a) $(2-3x)(3+2x)+(3x+2)(-6x-9)$

(b) $(2x+1)(2x+3)+2(2x+3)$

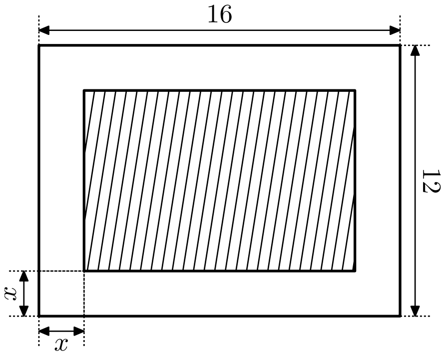
E.10 Factoriser les expressions :

(a) $(5x+2)(3x+4)+(x-2)(3x+4)$

(b) $(3-x)(2x+4)-(3-x)(3x-4)$

E.11 Sur un ancien terrain vague de forme rectangulaire de longueur $16\,m$ et $12\,m$, la municipalité souhaite construire un jardin d'enfants avec une allée faisant le tour l'aire de jeu :

L'aire de jeu est représentée ci-dessous par la partie hachurée :



(1) Sans justification, préciser les valeurs possibles de la variable x pour ce problème.

(2) (a) Justifier que l'aire de jeu mesure, en fonction de x :
$4x^2 - 56x + 192$

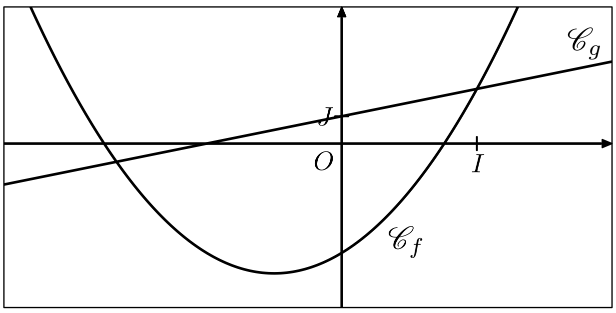
(b) Justifier que l'aire de l'allée mesure, en fonction de x :
$56x - 4x^2$

(3) (a) Établir l'égalité suivante :
$8x^2 - 112x + 192 = 8(x-12)(x-2)$

(b) Déterminer les possibilités de largeur de l'allée afin que l'aire de jeu ait la même aire que l'allée.

E.12 On considère les deux fonctions f et g du second degré définies sur $\mathbb{R}$ par les expressions algébriques :
$f(x) = 3x^2 + 3x - 4 \quad ; \quad g(x) = x + 1$

Dans le repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthogonal ci-dessous, on considère les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives données ci-dessous :



(1) Établir la factorisation :
$f(x) - g(x) = \big(x-1\big)\big(3x+5\big)$

(2) En déduire les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

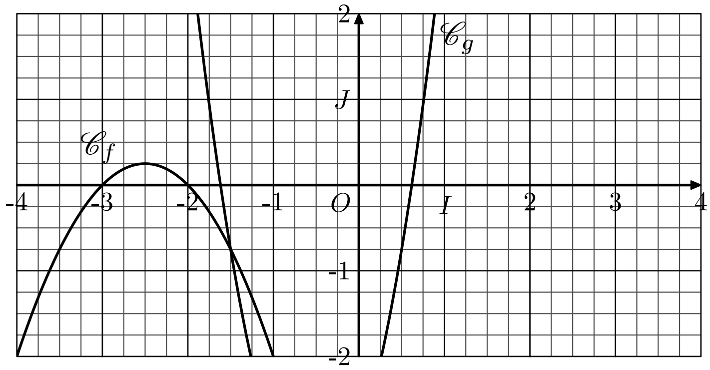
E.13 Factoriser les expressions suivantes :

(a) $(7x-2)(5-x) + (4x-1)(x-5)$

(b) $(2x-3)(4-7x) - (3x-2)(7x-4)$

E.14 On considère les deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = (-x-2)(x+3) \quad ; \quad g(x) = 3x^2 + 3x - 3$

Dans le plan muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$, on note respectivement $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives des fonctions f et g :



(1) Établir la factorisation :
$f(x) - g(x) = \big(-2x-1\big)\big(2x+3\big)$

(2) En déduire les abscisses des points d'intersection de ces deux courbes.