Bilan - Vecteurs - Seconde - Mars 2026

C.1

1. On a les coordonnées des vecteurs :
$\overrightarrow{AB}(1\,;-5)$; $\overrightarrow{CD}(6\,;0{,}5)$; $\overrightarrow{EF}(2\,;2)$

2. a. Voici les coordonnées des points :
$G(6\,;0{,}5)$; $H(3\,;3)$; $K(1{,}5\,;3)$
$L(-3\,;2{,}5)$; $M(-1{,}5\,;-1)$; $N(3\,;-2)$

b. On a les coordonnées de vecteurs :
- $\overrightarrow{GH}(x_H - x_G\,;y_H - y_G)$
$= (3-6\,;3-0{,}5)(-3\,;2{,}5)$
- $\overrightarrow{KL}(x_L - x_K\,;y_L - y_K)$
$= (-3-1{,}5\,;2{,}5-3) = (-4{,}5\,;-0{,}5)$
- $\overrightarrow{MN}(x_N - x_M\,;y_N - y_M)$
$= (3-(-1{,}5)\,;-2-(-1)) = (4{,}5\,;-1)$

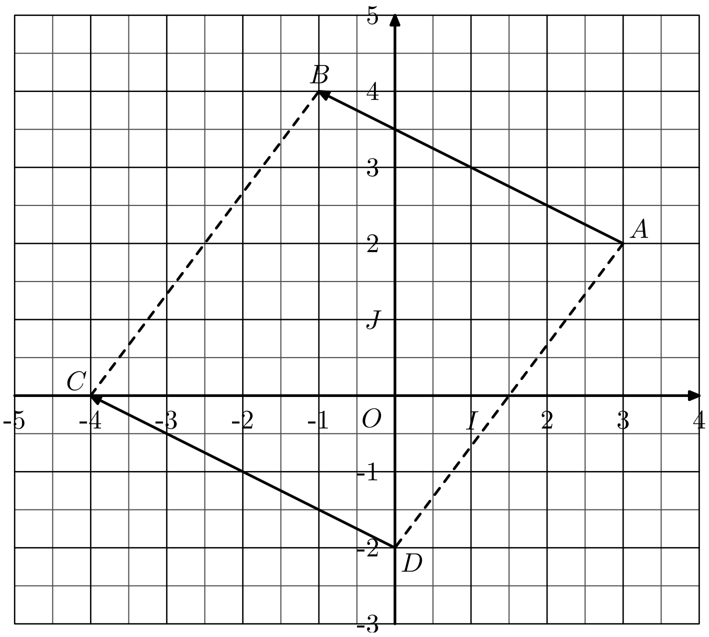
C.2

1. a.
- $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;y_B - y_A)$
$= (-1-3\,;4-2) = (-4\,;2)$
- $\overrightarrow{DC}(x_C - x_D\,;y_C - y_D)$
$= (-4-0\,;0-(-2)) = (-4\,;2)$

b. Ces deux vecteurs sont égaux, car ils ont les mêmes coordonnées : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.

c. Puisque $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$, alors le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

2. Voici les quatre points placés dans le plan :



C.3

1. Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées :
$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A\,;y_B - y_A) = (1-(-3)\,;5-2)$
$= (1+3\,;3) = (4\,;3)$

2. a. Le vecteur $\overrightarrow{DC}$ a pour coordonnées :
$\overrightarrow{DC} = (x_C - x_D\,;y_C - y_D)$
$= (6-2\,;0-(-3)) = (4\,;3)$

b. On vient d'établir que les deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ ont les mêmes coordonnées : ces deux vecteurs sont égaux. De l'égalité $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$, on en déduit que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

C.4

a. $\overrightarrow{BC} = 5\times\overrightarrow{AC}$ b. $\overrightarrow{ED} = 3\times\overrightarrow{AC}$

c. $\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{CA}$ d. $\overrightarrow{ED} = -3\times\overrightarrow{CA}$

e. $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{AB}$ f. $\overrightarrow{BA} = \frac{1}{2}\times\overrightarrow{BE}$

C.5

a. $\overrightarrow{DG} = 3\cdot\overrightarrow{DE}$ b. $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{GI}$

c. $\overrightarrow{DB} = -\overrightarrow{DF}$ d. $\overrightarrow{EI} = 2\cdot\overrightarrow{AC}$

C.6 On a les coordonnées de vecteurs :
- $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;y_B - y_A)$
$= (-1-2\,;3-1) = (-3\,;2)$

On en déduit les coordonnées du vecteur $2\cdot\overrightarrow{AB}$:
$2\cdot\overrightarrow{AB}(2\times(-3)\,;2\times2) = (-6\,;4)$
- $\overrightarrow{CM}(x_M - x_C\,;y_M - y_C)$
$= (x_M - 0\,;y_M-(-2)) = (x_M\,;y_M+2)$

L'égalité vectorielle $\overrightarrow{CM}=2\cdot\overrightarrow{AB}$ entraîne deux égalités sur les abscisses et les ordonnées de ces deux vecteurs :

$x_M = -6$	$y_M + 2 = 4$
	$y_M = 4-2$
	$y_M = 2$

Le point M a pour coordonnées $M(-6\,;2)$

C.7

1. Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ a pour coordonnées :
$\overrightarrow{AC}(x_C - x_A\,;y_C - y_A) = (-1-2\,;\,-1-1)$
$= (-3\,;-2)$

Ainsi, le vecteur $2\cdot\overrightarrow{AB}-4\cdot\overrightarrow{AC}$ a pour coordonnées :
$2\cdot\overrightarrow{AB}-4\cdot\overrightarrow{AC}(2\times1-4\times(-3)\,;2\times1-4\times(-2))$
$= (2+12\,;2+8) = (14\,;10)$

2. Le vecteur $\overrightarrow{AE}$ a pour coordonnées :
$\overrightarrow{AE}(x_E - x_A\,;y_E - y_A) = (x_E - 2\,;y_E - 1)$

L'égalité recherchée de vecteurs entraîne l'égalité de leurs coordonnées ; en identifiant leurs abscisses et leurs ordonnées, on obtient les deux égalités suivantes :

$x_E - 2 = 14$	$y_E - 1 = 10$
$x_E = 14+2$	$y_E = 10+1$
$x_E = 16$	$y_E = 11$

Le point E admet pour coordonnées $E(16\,;11)$.

C.8 On a les coordonnées de vecteurs :
- $\overrightarrow{AN}(x_N - x_A\,;y_N - y_A) = (x_N - 2\,;y_N - 1)$

- $\overrightarrow{BN}(x_N - x_B\,;y_N - y_B)$
  $= (x_N - (1)\,;y_N - 3) = (x_N + 1\,;y_N - 3)$
- $\overrightarrow{CN}(x_N - x_C\,;y_N - y_C) = (x_N - 0\,;y_N - (-2))$
  $= (x_N\,;y_N + 2)$

On a les coordonnées du vecteur :

$4{\cdot}\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{BN} - 2{\cdot}\overrightarrow{CN}$

$=\big(4{\cdot}(x_N\text{-}2)\text{-}(x_N\text{+}1)-2{\cdot}x_N\ ;\ 4{\cdot}(y_N\text{-}1)\text{-}(y_N\text{-}3)\text{-}2{\cdot}(y_N\text{+}2)\big)$

$=\big(4{\cdot}x_N-8-x_N-1-2{\cdot}x_N\ ;\ 4{\cdot}y_N-4-y_N+3-2{\cdot}y_N-4\big)$

$= (x_N - 9\,;y_N - 5)$

De l'égalité vectorielle : $4{\cdot}\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{BN}-2{\cdot}\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{0}$

On en déduit les deux égalités correspondantes sur les abscisses et les ordonnées :

$$\begin{array}{r|r} x_N - 9 = 0 & y_N - 5 = 0 \\ x_N = 9 & y_N = 5 \end{array}$$

Le point N a pour coordonnées $N(9\,;5)$.

C.9 Pour chaque question, on supposera l'existence d'un nombre k vérifiant la relation :
$\vec{u} = k{\cdot}\vec{v}$

(a) L'identification sur les abscisses permet d'écrire la relation :

$$-6 = k\times\frac{1}{4}$$
$$k = \frac{-6}{\frac{1}{4}}$$
$$k = -24$$

Or, sur les ordonnées, on a :

$$k\times\Big(-\frac{1}{2}\Big) = -24\times\Big(-\frac{1}{2}\Big) = 12 \neq 9$$

Il n'existe de nombre k réalisant $\vec{u}=k{\cdot}\vec{v}$.
On en déduit que les deux vecteurs ne sont colinéaires.

(b) L'identification sur les ordonnées permet d'écrire :

$$4 = k\times(-9)$$
$$k = \frac{4}{-9}$$
$$k = -\frac{4}{9}$$

Et sur les ordonnées, on a : $k\times3=-\dfrac{4}{9}\times3=-\dfrac{4}{3}$

Les deux vecteurs sont colinéaires et le coefficient de colinéarité de $\vec{u}$ par rapport à $\vec{v}$ vaut $-\dfrac{4}{3}$.

(c) L'identification sur les abscisses permet d'écrire :

$$\frac{1}{3} = k\times5$$
$$k = \frac{\frac{1}{3}}{5}$$
$$k = \frac{1}{3}\times\frac{1}{5}$$
$$k = \frac{1}{15}$$

Et sur les ordonnées, on a : $6\times k=6\times\dfrac{1}{15}=\dfrac{2}{5}$

Les deux vecteurs sont colinéaires et le coefficient de colinéarité de $\vec{u}$ par rapport à $\vec{v}$ vaut $\dfrac{2}{5}$.

(d) L'identification sur les ordonnées permet d'écrire :

$$-5 = k\times(-2)$$
$$k = \frac{-5}{-2}$$
$$k = \frac{5}{2}$$

Or, sur les ordonnées, on a : $\dfrac{5}{2}\times\dfrac{14}{5}=7\neq6$

Les deux vecteurs ne sont colinéaires.

C.10 On a les coordonnées suivantes de vecteurs :

- $\overrightarrow{OP}(x_P - x_O\,;y_P - y_O) = (14 - 49\,;5 - (-100))$
  $= (-35\,;5 + 100) = (-35\,;105)$
- $\overrightarrow{QR}(x_R - x_Q\,;y_R - y_Q) = (-58 - 1\,;92 - (-85))$
  $= (-59\,;92 + 85) = (-59\,;177)$

Le déterminant de ces deux vecteurs a pour valeur :

$$\det\big(\overrightarrow{OP}\,;\,\overrightarrow{QR}\big) = -35\times177 - (-59)\times105$$
$$= -6195 + 6195 = 0$$

D'après le critère de colinéarité, on en déduit que les deux vecteurs $\overrightarrow{OP}$ et $\overrightarrow{QR}$ sont colinéaires.

Les vecteurs $\overrightarrow{OP}$ et $\overrightarrow{QR}$ étant colinéaire, on en déduit que les droites (OP) et (QR) sont parallèles.

C.11 On a les coordonnées suivantes de vecteurs :

- $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;y_B - y_A)$
  $= (1 - (-3)\,;5 - (-1)) = (1 + 3\,;5 + 1) = (4\,;6)$
- $\overrightarrow{AC}(x_C - x_A\,;y_C - y_A)$
  $= (-1 - (-3)\,;2 - (-1)) = (-1 + 3\,;2 + 1) = (2\,;3)$

Le déterminant de ces deux vecteurs a pour valeur :

$$\det\big(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{AC}\big) = 4\times3 - 2\times6 = 12 - 12 = 0$$

D'après le critère de colinéarité, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

Ainsi, les droites (AB) et (AC) sont parallèles et ont le point A en commun. On en déduit que les points A, B, C sont alignés.